TEA023 Dispersão Atmosférica e Qualidade do Ar
Curso de Engenharia Ambiental
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR
P01, 25 Fev 2022
Prof. Nelson Luís Dias

0

Declaro que segui o código de ética do Curso de Engenharia Ambiental ao realizar esta prova

NOME: GABARITO Assinatura: ____________________

---

1 [25] A tabela abaixo mostra as frações molares de uma mistura de 3 gases e suas respectivas massas moleculares. Obtenha a constante de gás equivalente R_e da mistura para a equação de estado (para a mistura) $p = \rho R_e T$, onde p é a pressão da mistura, ρ é a densidade da mistura, e T é a temperatura da mistura. Use $R^\# = 8.3145\,\mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$ para a constante universal dos gases. Dê sua resposta no Sistema Internacional de Unidades, explicitando as unidades.

Gas	M_i ($\mathrm{g\,mol^{-1}}$)	x_i ($\mathrm{mol\,mol^{-1}}$)
N_2	28.0134	0.73
O_2	31.9988	0.22
Ar	39.9480	0.05
soma		1.00

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

A massa molar média da mistura é simplesmente a ponderação

$$
\begin{aligned}
M &= \sum_i x_i M_i = 0.73 \times 28.0134 + 0.22 \times 31.9988 + 0.05 \times 39.9480 = 29.4869;\\
R_e &= \frac{R^\#}{M} = \frac{8.3415}{29.4869 \times 10^{-3}} = 281.9725\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}} \blacksquare
\end{aligned}
$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [25] A fórmula de Tetens para a pressão de saturação de vapor d'água em função da temperatura termodinâmica é

$$e^*(T) = e_0 \exp\left[\frac{b(T - T_1)}{T - T_2}\right],$$

com $e_0 = 610.78\,\mathrm{Pa}$, $b = 17.2693882\,\mathrm{K}^{-1}$, $T_1 = 273.16\,\mathrm{K}$ e $T_2 = 35.86\,\mathrm{K}$. Se a temperatura do ar é $T_a = 28°\mathrm{C}$ e a temperatura de ponto de orvalho é $T_d = 23°\mathrm{C}$, obtenha a pressão de vapor d'água no ar e_a, e a umidade relativa y. Dê sua resposta no Sistema Internacional de Unidades, explicitando as unidades.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned} e_a &= e^*(T_d) = e^*(273.15 + 23) = 2807.44\,\mathrm{Pa}; \\ e_a^* &= e^*(T_a) = e^*(273.15 + 28) = 3777.36\,\mathrm{Pa}; \\ y &\approx \frac{e_a}{e_a^*} = 0.74 \blacksquare \end{aligned}$$

Continue a solução no verso ⟹

3 [25] Obtenha o estado hidrostático de referência, ou seja, $p_r(z)$ e $\rho_r(z)$, para uma atmosfera seca (com constante de gás igual a R_d) e isotérmica ($T_r(z) = T_0$). Use como condições de contorno $p_r(0) = p_0$ e $\rho_r(0) = \rho_0$.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$
\begin{aligned}
p_r &= \rho_r R_d T_0,\\
\frac{\mathrm{d}p_r}{\mathrm{d}z} &= -\rho_r g,\\
\frac{\mathrm{d}p_r}{\mathrm{d}z} &= -\frac{p_r}{R_d T_0} g,\\
\frac{\mathrm{d}p_r}{p_r} &= -\frac{\mathrm{d}z}{R_d T_0} g,\\
\int_{p_0}^{p_r(z)} \frac{\mathrm{d}p'}{p'} &= -\int_0^z \frac{\mathrm{d}z'}{R_d T_0} g,\\
\ln \frac{p_r(z)}{p_0} &= -\frac{gz}{R_d T_0},\\
p_r(z) &= p_0 \exp\left(-\frac{gz}{R_d T_0}\right),\\
\rho_r(z) &= \frac{p_0}{R_d T_0} \exp\left(-\frac{gz}{R_d T_0}\right) \blacksquare
\end{aligned}
$$

Continue a solução no verso ⟹

4 [25] Dada a equação para conservação de massa e sua média,

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \rho}{\partial t} + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial \rho u_k}{\partial x_k} &= 0,\\
\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial \overline{\rho u_k}}{\partial x_k} &= 0,
\end{aligned}
$$

subtraindo-se a segunda da primeira obtém-se

$$
\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial [\rho u_k - \overline{\rho u_k}]}{\partial x_k} = 0.
$$

Agora aplique as decomposições

$$
\begin{aligned}
\rho &= \rho_r + \overline{\rho_\delta} + \rho',\\
u_k &= \overline{u_k} + u_k',
\end{aligned}
$$

e utilize os postulados de Reynolds para encontrar **a expressão mais simples possível** do tipo

$$
\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_k}\left[B - \overline{\rho' u_k'}\right] = 0.
$$

Quem é B? **Justifique todos os passos**.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$
\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_k}\left[(\rho_r + \overline{\rho_\delta} + \rho')(\overline{u_k} + u_k') - \overline{(\rho_r + \overline{\rho_\delta} + \rho')(\overline{u_k} + u_k')}\right] = 0;
$$

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\rho_r\overline{u_k} + \overline{\rho_\delta}\,\overline{u_k} + \rho'\overline{u_k} + \rho_r u_k' + \overline{\rho_\delta}\,u_k' + \rho' u_k'\right]\\
&\qquad - \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\overline{\rho_r\overline{u_k}} + \overline{\overline{\rho_\delta}\,\overline{u_k}} + \overline{\rho'\overline{u_k}} + \overline{\rho_r u_k'} + \overline{\overline{\rho_\delta} u_k'} + \overline{\rho' u_k'}\right] = 0;\\
&\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\rho_r\overline{u_k} + \overline{\rho_\delta}\,\overline{u_k} + \rho'\overline{u_k} + \rho_r u_k' + \overline{\rho_\delta}\,u_k' + \rho' u_k'\right]\\
&\qquad - \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\rho_r\overline{u_k} + \overline{\rho_\delta}\,\overline{u_k} + \cancelto{0}{\overline{\rho'}}\,\overline{u_k} + \rho_r \cancelto{0}{\overline{u_k'}} + \overline{\rho_\delta}\cancelto{0}{\overline{u_k'}} + \overline{\rho' u_k'}\right] = 0;\\
&\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \sum_{k=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_k}\left[\rho'\overline{u_k} + \rho_r u_k' + \overline{\rho_\delta} u_k' + \rho' u_k' - \overline{\rho' u_k'}\right] = 0.
\end{aligned}
$$

Logo,

$$
B = \rho'\overline{u_k} + \rho_r u_k' + \overline{\rho_\delta} u_k' + \rho' u_k' \;\blacksquare
$$

Continue a solução no verso ⟹

Continue a solução no verso ⟹