TEA018 Hidrologia Ambiental
Curso de Engenharia Ambiental
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR
F, 27 nov 2023
Prof. Nelson Luís Dias

0

Declaro que segui o código de ética do Curso de Engenharia Ambiental ao realizar esta prova

NOME: GABARITO Assinatura: ____________________

AO REALIZAR ESTA PROVA, VOCÊ DEVE JUSTIFICAR TODAS AS PASSAGENS. EVITE "PULAR" PARTES IMPORTANTES DO DESENVOLVIMENTO DE CADA QUESTÃO. JUSTIFIQUE CADA PASSO IMPORTANTE. SIMPLIFIQUE AO MÁXIMO SUAS RESPOSTAS.

1 [20] Para um escoamento turbulento, uniforme e permanente em um canal retangular, com profundidade h e rugosidade do fundo z_0, suponha que vale um perfil logaritmico de velocidade $u(z)$,

$$u(z) = \frac{v_*}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right).$$

(onde $\kappa = 0.41$ é a constante de vón Kármán), e que a velocidade média na seção é

$$v \approx \frac{1}{h}\int_{z_0}^{h} u(z)\,\mathrm{d}z.$$

Se $v_* \approx \sqrt{ghS_0}$, onde g é a aceleração da gravidade e S_0 é a declividade do canal, obtenha v em função de g, S_0, κ, z_0 e h.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned}
v &\approx \frac{1}{h}\int_{z_0}^{h} u(z)\,\mathrm{d}z \\
&= \frac{1}{h}\int_{z_0}^{h} \frac{v_*}{\kappa}\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)\mathrm{d}z \\
&= \frac{v_*}{\kappa h}\int_{z_0}^{h} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)\mathrm{d}z \\
&= \frac{v_* z_0}{\kappa h}\int_{1}^{h/z_0} \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)\mathrm{d}\left(\frac{z}{z_0}\right).
\end{aligned}$$

A integral do $\ln(\xi)$ pode ser feita por partes:

$$\begin{aligned}
\int \underbrace{\ln(\xi)}_{u}\underbrace{\mathrm{d}\xi}_{\mathrm{d}v} &= \xi\ln(\xi) - \int \xi\frac{1}{\xi}\,\mathrm{d}\xi \\
&= \xi\ln(\xi) - \xi;
\end{aligned}$$

Portanto,

$$\begin{aligned}
v &\approx \frac{v_* z_0}{\kappa h}\left[\xi\ln(\xi) - \xi\right]_{\xi=1}^{h/z_0} \\
&= \frac{v_* z_0}{\kappa h}\left[\left(\frac{h}{z_0}\ln\left(\frac{h}{z_0}\right) - \frac{h}{z_0}\right) - (1\ln(1) - 1)\right]_{\xi=1}^{h/z_0} \\
&= \frac{v_*}{\kappa}\left[\ln\left(\frac{h}{z_0}\right) - 1 + \frac{z_0}{h}\right]; \\
v_* &\approx \sqrt{ghS_0}; \\
v &\approx \frac{\sqrt{ghS_0}}{\kappa}\left[\ln\left(\frac{h}{z_0}\right) - 1 + \frac{z_0}{h}\right] \blacksquare
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [20] O calor latente de evaporação em função da temperatura termodinâmica pode ser estimado por

$$
\begin{aligned}
L &= a_L + b_L T, \\
a_L &= +3.142689 \times 10^6 \,\mathrm{J\,kg^{-1}}, \\
b_L &= -2.365601 \times 10^3 \,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}.
\end{aligned}
$$

Como vimos em sala, a integração da equação de Clausius-Clapeyron com essa equação para L resulta na seguinte expressão para a pressão de saturação de vapor d'água em função da temperatura:

$$
e^*(T) = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{b_L}{R_v}} e^*(T_0) \exp\left[\frac{a_L}{R_v}\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}\right)\right],
$$

onde T_0 é uma temperatura de referência e $R_v = 416.5230\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$. Utilizando a tabela a seguir, calcule $e^*(290\,\mathrm{K})$ **a partir obrigatoriamente da fórmula acima.**

T (° C)	$e^*(T)$ (Pa)
−10	286.27
+10	1227.20
+30	4243.0

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

A tabela deve ser utilizada para obter um par de valores T_0 e $e^*(T_0)$. Qualquer um dos 3 pares de valores serve. Por exemplo,

$$
T_0 = 10\,^\circ\mathrm{C} = 273.15 + 10 = 283.15\,\mathrm{K}, \qquad e^*(T_0) = 1227.20\,\mathrm{Pa};
$$

então,

$$
\begin{aligned}
e^*(290) &= \left(\frac{290}{283.15}\right)^{\frac{-2.365601\times10^3}{416.5230}} 1227.20 \exp\left[\frac{3.142689\times10^6}{416.5230}\left(\frac{1}{283.15} - \frac{1}{290}\right)\right] \\
&= 2010.51\,\mathrm{Pa} \blacksquare
\end{aligned}
$$

Continue a solução no verso ⟹

3 [20] Um lago está localizado em uma região cuja altitude é $Z = 1000\,\mathrm{m}$; a pressão atmosférica média estimada é $p = 101325 \times ((288 - 0.0065 \times 1000)/288)^{5.256} = 89869\,\mathrm{Pa}$. Em um determinado dia, estima-se que a radiação líquida média diária foi $R_n = 200\,\mathrm{W\,m^{-2}}$ e que taxa de variação de entalpia da água foi $D = +20\,\mathrm{W\,m^{-2}}$, ou seja: a água **se aqueceu** ligeiramente ao longo do dia. A temperatura superfície da água, a temperatura do ar, e as pressões parciais de vapor d'água na superfície da água e no ar foram $T_0 = 25°C$, $T_a = 22°C$, $e_0 = 3167\,\mathrm{Pa}$, e $e_a = 1850\,\mathrm{Pa}$. Sabendo que a constante psicrométrica é

$$\gamma = \frac{c_p p}{0{,}622 L}$$

com $c_p \approx 1005\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$, e utilizando $L = 2.464 \times 10^6\,\mathrm{J\,kg^{-1}}$, obtenha o fluxo de calor latente médio diário LE (em $\mathrm{W\,m^{-2}}$) pelo método do balanço de energia – razão de Bowen.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

As equações que devemos utilizar são

$$\begin{aligned}
R_n &= H + LE + D,\\
\mathrm{Bo} &= \frac{H}{LE} = \gamma\frac{T_0 - T_a}{e_0 - e_a}, \Rightarrow\\
R_n &= LE(1 + \mathrm{Bo}) + D,\\
LE &= \frac{R_n - D}{1 + \mathrm{Bo}};\\
\gamma &= \frac{c_p p}{0{,}622L} = \frac{1005 \times 89869}{0.622 \times 2.466 \times 10^6} = 58.93\,\mathrm{Pa\,K^{-1}},\\
\mathrm{Bo} &= \gamma\frac{T_0 - T_a}{e_0 - e_a} = 58.93 \times \frac{25 - 22}{3167 - 1850} = 0.134;\\
LE &= \frac{200 - 20}{1.134} = 158.73\,\mathrm{W\,m^{-2}} \blacksquare
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso ⟹

4 [20] A carga hidráulica total em um meio poroso não saturado é dada por

$$h = z + \psi$$

onde a sucção ψ é sempre negativa, e $z < 0$ é a posição abaixo da superfície. Considere a tabela a seguir:

z (cm)	ψ (cm)
−80	−65
−180	−50

Considerando que a condutividade hidráulica saturada média entre 80 e 180 cm de profundidade é $K = 0.0484\,\mathrm{cm\,dia^{-1}}$, aproxime a Lei de Darcy

$$q = -K\frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}z}$$

por diferenças finitas e estime o fluxo de umidade vertical q no solo. Qual é o sinal da resposta, e o que ele significa?

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned}
q &= -K\frac{\partial h}{\partial z}\\
&= -K\frac{h_2 - h_1}{z_2 - z_1}\\
&= -K\frac{(z_2 + \psi_2) - (z_1 + \psi_1)}{z_2 - z_1}\\
&= -K\frac{(-180 - 50) - (-80 - 65)}{-180 - (-80)}\\
&= -0.0484 \times \frac{-230 - (-145)}{-180 + 80} = -0.0411\,\mathrm{cm\,dia^{-1}}.
\end{aligned}$$

O sentido do fluxo é para baixo ■

Continue a solução no verso ⟹

5 [20] Na equação da onda cinemática para a vazão $Q(x,t)$,

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}A}\frac{\partial Q}{\partial x} &= 0,\\
Q &= \frac{1}{nb^{2/3}} A^{5/3} S_0^{1/2},
\end{aligned}
$$

onde b é a largura do canal retangular, $A = bh$ é a área molhada, h é a profundidade do escoamento, n é o coeficiente de Manning e S_0 é a declividade do fundo, determine a celeridade da onda em função de n, h e S_0. A celeridade é constante? Por quê?

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$
\begin{aligned}
c_Q = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}A} &= \frac{5}{3}\frac{1}{nb^{2/3}} A^{2/3} S_0^{1/2}\\
&= \frac{5}{3}\frac{1}{n}\left(\frac{A}{b}\right)^{2/3} S_0^{1/2}\\
&= \frac{5}{3}\frac{1}{n} h^{2/3} S_0^{1/2}.
\end{aligned}
$$

A celeridade não é constante, porque $h = h(x,t)$ e $S_0 = S_0(x)$ (no caso mais geral).

Continue a solução no verso ⟹