EAMB7024 TCC-1, 2025

Prof. Nelson Luís Dias

10 de agosto de 2025

Considere a equação diferencial

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}x^2} - k^2 y &= \frac{x}{L^3} y_L, \\
\frac{\mathrm{d}y(0)}{\mathrm{d}x} &= 0, \\
y(L) &= y_L.
\end{aligned}
$$

1. Obtenha a solução analítica e mostre os passos para sua obtenção.

2. Utilizando um esquema de diferenças finitas de ordem 2,

   $$\frac{y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}}{\Delta x^2} - k^2 y_i = \frac{x_i}{L^3} y_L,$$

   discretize e monte um sistema de equações. Imponha as condições de contorno fazendo

   $$
   \begin{aligned}
   \frac{y_1 - y_0}{\Delta x} &= 0, \\
   y_N &= y_L.
   \end{aligned}
   $$

   Mostre como ficam as $N - 1$ linhas do sistema de equações.

3. Programe a solução numérica com $k = 4$, $L = 1$, $y_L = 1$. Para $N + 1$ pontos, $x_0 = 0, \ldots, x_N = L$. Para $N = 10$, compare a solução numérica com a solução analítica.

4. Resolva sucessivamente para $N = 10, 100, 1000, 10000, 100000$; calcule o erro médio absoluto

   $$\mathrm{EMA} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \left| \frac{y_i - y_a(x_i)}{y_L} \right|,$$

   onde y_i é a solução numérica e $y_a(x)$ é a solução analítica; plote EMA contra N em escala log-log para obter a ordem da solução numérica.