TEA010 Matemática Aplicada I
Curso de Engenharia Ambiental
Departamento de Engenharia Ambiental, UFPR
P01B, 27 jun 2021
Prof. Nelson Luís Dias

0

Declaro que segui o código de ética do Curso de Engenharia Ambiental ao realizar esta prova.

NOME: GABARITO Assinatura: ____________________

AO REALIZAR ESTA PROVA, VOCÊ DEVE JUSTIFICAR TODAS AS PASSAGENS. EVITE “PULAR” PARTES IMPORTANTES DO DESENVOLVIMENTO DE CADA QUESTÃO. JUSTIFIQUE CADA PASSO IMPORTANTE. SIMPLIFIQUE AO MÁXIMO SUAS RESPOSTAS.

---

1 [25] A função `midint` abaixo calcula uma integral numérica I_n utilizando a fórmula “do ponto do meio”:

```
def midint(a,b,n,f):
   deltax = (b-a)/n
   isum = 0.0
   xleft = a
   for k in range(1,n+1):
      xright = a+k*deltax
      fmid = f((xleft+xright)/2)
      isum += fmid
      xleft = xright
   return deltax*isum
```

Escreva o lado direito fórmula $I_n = \ldots$ que o programa calcula, usando o símbolo de somatório $\sum$. O lado direito envolve $\Delta x = (b-a)/n$, o número de retângulos de integração n, os pontos $x_0, x_1, \ldots, x_n$ igualmente espaçados e a função a ser integrada f.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$I_n = \Delta x \sum_{k=1}^{n} f((x_{i-1} + x_i)/2) \blacksquare$$

Continue a solução no verso ⟹

2 [25] A lei de Fourier para a transferência de calor pode ser escrita em uma dimensão (na direção z) na forma

$$q_z = \rho c_p \alpha \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}z},$$

onde q_z é o fluxo específico de calor ($\mathrm{J\,s^{-1}\,m^{-2}}$), ρ ($\mathrm{kg\,m^{-3}}$) é a massa específica do meio, c_p ($\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$) é o calor específico a pressão constante, α é a difusividade térmica, T (K) é a temperatura, e z (m) é a a posição na direção do fluxo. Acima, todas as unidades SI já estão dadas, exceto as de α. Obtenha as unidades SI de α, **justificando algebricamente seu procedimento**.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned}
\cancel{\mathrm{J}}\,\mathrm{s^{-1}\,m^{-2}} &= \mathrm{kg\,m^{-3}}\cancel{\mathrm{J}}\,\mathrm{kg^{-1}\,K^{-1}}[\alpha]\mathrm{K\,m^{-1}},\\
\mathrm{s^{-1}\,m^{-2}} &= \cancel{\mathrm{kg}}\,\mathrm{m^{-3}}\cancel{\mathrm{kg^{-1}}}\,\mathrm{K^{-1}}[\alpha]\mathrm{K\,m^{-1}},\\
\mathrm{s^{-1}\,m^{-2}} &= \mathrm{m^{-3}}\cancel{\mathrm{K^{-1}}}\cancel{\mathrm{K}}[\alpha]\mathrm{m^{-1}},\\
\mathrm{s^{-1}\,m^{-2}} &= [\alpha]\mathrm{m^{-4}}\\
\mathrm{m^2\,s^{-1}} &= [\alpha]\ \blacksquare
\end{aligned}$$

Continue a solução no verso ⟹

3 [25] A potência P de uma bomba depende da massa específica do fluido ρ, da velocidade angular do rotor ω, do diâmetro do rotor D e da vazão volumétrica Q (nota: $[\![Q]\!] = \mathsf{L}^3\,\mathsf{T}^{-1}$). Obtenha os dois grupos adimensionais que governam o problema, usando, obrigatoriamente, ρ, D e ω como variáveis comuns.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:
As dimensões das diversas variáveis são

$$
\begin{aligned}
[\![P]\!] &= [\![F]\!]\,\mathsf{LT}^{-1} = \mathsf{MLT}^{-2}\mathsf{LT}^{-1} = \mathsf{ML}^2\mathsf{T}^{-3};\\
[\![\rho]\!] &= \mathsf{ML}^{-3},\\
[\![\omega]\!] &= \mathsf{T}^{-1},\\
[\![D]\!] &= \mathsf{L},\\
[\![Q]\!] &= \mathsf{L}^3\mathsf{T}^{-1}.
\end{aligned}
$$

O primeiro grupo adimensional é

$$
\begin{aligned}
\Pi_1 &= P\rho^a D^b \omega^c,\\
[\![\Pi_1]\!] = 1 &= \mathsf{ML}^2\mathsf{T}^{-3}\left[\mathsf{ML}^{-3}\right]^a [L]^b \left[T^{-1}\right]^c\\
\mathsf{M}^0\mathsf{L}^0\mathsf{T}^0 &= \mathsf{M}^{1+a}\mathsf{L}^{2-3a+b}\mathsf{T}^{-3-c},\\
a &= -1,\\
-3a+b &= -2,\\
-c &= 3,\\
a &= -1,\\
b &= -5,\\
c &= -3,\\
\Pi_1 &= P\rho^{-1}D^{-5}\omega^{-3} = \frac{P}{\rho D^5\omega^3}.
\end{aligned}
$$

O segundo grupo adimensional é

$$
\begin{aligned}
\Pi_2 &= Q\rho^a D^b \omega^c,\\
[\![\Pi_2]\!] = 1 &= \mathsf{L}^3\mathsf{T}^{-1}\left[\mathsf{ML}^{-3}\right]^a [L]^b \left[T^{-1}\right]^c\\
\mathsf{M}^0\mathsf{L}^0\mathsf{T}^0 &= \mathsf{M}^{a}\mathsf{L}^{3-3a+b}\mathsf{T}^{-1-c},\\
a &= -0,\\
-3a+b &= -3,\\
-c &= 1,\\
a &= 0,\\
b &= -3,\\
c &= -1,\\
\Pi_2 &= QD^{-3}\omega^{-1} = \frac{Q}{D^3\omega}\ \blacksquare
\end{aligned}
$$

Continue a solução no verso ⟹

4 [25] Se $E = ((1,1),(1,-1))$, obtenha as coordenadas de $\boldsymbol{v} = (7,3)$ na base E.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{v} &= x(1,1) + y(1,-1),\\
(7,3) &= x(1,1) + y(1,-1),\\
7 &= x + y,\\
3 &= x - y,\\
2x &= 10,\\
x &= 5,\\
y &= 2 \blacksquare
\end{aligned}
$$

Continue a solução no verso $\Longrightarrow$