

**1** [3,0] Seja  $[A]$  uma matriz simétrica que representa alguma grandeza física (por exemplo um tensor de inércia) em uma base ortonormal  $E$ . Mostre que  $[A']$  (a matriz da mesma grandeza em *qualquer* outra base ortonormal  $E'$ ), *também será simétrica*. Sugestão: admita uma matriz de rotação qualquer  $[C]$  de  $E$  para  $E'$ ; usando a notação indicial de Einstein, parta de

$$A'_{mn} = C_{mi}^T A_{ij} C_{jn},$$

escreva a expressão correspondente para  $A'_{nm}$  e use o fato de que  $A_{ij} = A_{ji}$ .

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned} A'_{mn} &= C_{mi}^T A_{ij} C_{jn} \\ &= C_{mi}^T A_{ji} C_{jn} \\ &= C_{nj}^T A_{ji} C_{im} \\ &= A'_{nm} \blacksquare \end{aligned}$$

**2** [3,0] Considere 2 rotações sucessivas: uma rotação da base  $E$  para a base  $E'$ , seguida de uma rotação da base  $E'$  para a base  $E''$ . A primeira rotação,  $C$ , gira  $E = \{e_1, e_2, e_3\}$  de um ângulo  $\theta$  em torno de  $e_3$ :

$$\{e_1, e_2, e_3\} \rightarrow \{e'_1, e'_2, e'_3\};$$

a segunda rotação,  $D$ , gira  $E' = \{e'_1, e'_2, e'_3\}$  de um ângulo  $\alpha$  em torno de  $e'_1$ :

$$\{e'_1, e'_2, e'_3\} \rightarrow \{e''_1, e''_2, e''_3\}.$$

Sabendo que as matrizes de rotação são

$$[C] = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad [D] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix},$$

mostre que as duas rotações em sucessão são equivalentes a uma única rotação  $E \rightarrow E''$  cuja matriz de rotação é

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\cos \alpha \sin \theta & \sin \alpha \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \alpha \cos \theta & -\cos \theta \sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}.$$

Sugestão: usando a notação indicial de Einstein, simplesmente escreva  $e'_j = C_{ij} e_i$ ,  $e''_k = D_{jk} e'_j$ , componha as duas e calcule o produto matricial correspondente.

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

O elemento (2,2) da matriz de rotação estava *errado* na prova: estava impresso  $\cos \alpha \sin \theta$ , quando devia ser  $\cos \alpha \cos \theta$  (o enunciado desta solução está corrigido). O erro de impressão foi levado em consideração na correção.

$$\begin{aligned} e'_j &= C_{ij} e_i, \\ e''_k &= D_{jk} e'_j = D_{jk} C_{ij} e_i \Rightarrow \\ e''_k &= C_{ij} D_{jk} e_i. \end{aligned}$$

A matriz da rotação  $E \rightarrow E''$ , portanto, é igual ao produto matricial  $[C][D]$  ■

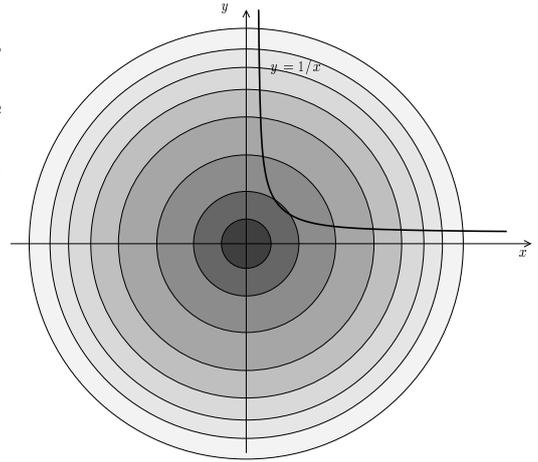
**3** [4,0] Uma nuvem tóxica foi lançada por uma indústria em um acidente. Em um sistema de coordenadas que tem a indústria em sua origem, a concentração da substância tóxica é  $C(x, y) = \exp(-(x^2 + y^2))$ . Uma auto-estrada passa pelas proximidades e tem uma curva  $\Gamma$  com forma aproximada  $y = 1/x$  para  $x > 0$ . Um jipe totalmente aberto faz a curva  $\Gamma$ . A exposição de seus ocupantes à substância tóxica é dada pela integral

$$I = \int_{\Gamma} C(x(s), y(s)) ds,$$

onde  $s$  é o comprimento de arco. Mostre que

$$I = \int_0^{\infty} \left(1 + \frac{1}{x^4}\right)^{1/2} e^{-(x^2 + 1/x^2)} dx.$$

Sugestão: insira  $y = 1/x$  e  $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$  e manipule algebricamente. **Não tente calcular a integral!**



SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned} I &= \int_{\Gamma} \exp(-(x^2 + y^2)) \sqrt{dx^2 + dy^2} \\ &= \int_{x=0}^{\infty} \exp\left[-\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\right] \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx \\ &= \int_{x=0}^{\infty} \exp\left[-\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\right] \left(1 + \frac{1}{x^4}\right)^{1/2} dx \blacksquare \end{aligned}$$

Continue a solução no verso  $\implies$

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS.** Resolva as questões de forma *LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados.* Boa prova.

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

Função erro:

$$\operatorname{erf}(x) \equiv \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi=0}^x e^{-\xi^2} d\xi.$$

**1** [3,0] Resolva:

$$\frac{dy}{dx} - 2xy = 1, \quad y(0) = 1.$$

**SOLUÇÃO DA QUESTÃO:**

Faça  $y = uv$  e substitua:

$$u \frac{dv}{dx} + v \frac{du}{dx} - 2xuv = 1$$
$$u \underbrace{\left[ \frac{dv}{dx} - 2xv \right]}_{=0} + v \frac{du}{dx} = 1$$

$$\frac{dv}{dx} - 2xv = 0$$

$$\frac{dv}{v} = 2x dx$$

$$\int_{v_0}^v \frac{d\eta}{\eta} = 2 \int_0^x \xi d\xi = x^2$$

$$\ln \frac{v}{v_0} = x^2$$

$$v = v_0 e^{x^2} \Rightarrow$$

$$v_0 e^{x^2} \frac{du}{dx} = 1$$

$$u = \frac{1}{v_0} \int_0^x e^{-\xi^2} d\xi + u_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2v_0} \operatorname{erf}(x) + u_0 \Rightarrow$$

$$y = uv = \left[ \frac{\sqrt{\pi}}{2v_0} \operatorname{erf}(x) + u_0 \right] v_0 e^{x^2}$$

$$y = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{x^2} \operatorname{erf}(x) + K e^{x^2}; \quad y(0) = 1 \Rightarrow K = 1 \blacksquare$$

Continue a solução no verso  $\Rightarrow$

**2** [4,0] A equação de Euler

$$x^2 y'' - xy' + y = 0, \quad x > 0,$$

possui solução do tipo  $y = Ax^m$ , onde  $m = +1$  é a *raiz dupla* de  $m^2 - 2m + 1 = 0$ . Portanto, esta substituição produz apenas *uma* das duas soluções linearmente independentes:  $y = Ax$ , onde  $A$  é uma constante. Obtenha a segunda solução pelo método da variação das constantes, supondo uma solução do tipo

$$y = xA(x),$$

e substituindo na equação original. Obtenha a solução geral em termos de duas constantes arbitrárias de integração  $C_1$  e  $C_2$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO: Substituindo-se  $y = Ax^m$  na equação diferencial, obtém-se

$$\begin{aligned} Ax^m [(m-1)m - m + 1] &= 0, \\ m^2 - 2m + 1 &= 0, \end{aligned}$$

donde  $m = +1$  é a raiz dupla. Substituindo  $y = xA(x)$  na equação diferencial, obtém-se (MAXIMA)

$$x^3 \frac{d^2 A}{dx^2} + x^2 \frac{dA}{dx} = 0;$$

faça  $B = dA/dx$  e substitua:

$$\begin{aligned} x^3 \frac{dB}{dx} + x^2 B &= 0, \\ x \frac{dB}{dx} + B &= 0, \\ \frac{dB}{B} + \frac{dx}{x} &= 0, \\ \ln(xB) &= \ln C_1 \\ B(x) &= \frac{C_1}{x} \\ \frac{dA}{dx} &= \frac{C_1}{x} \\ A &= C_1 \ln x + C_2 \Rightarrow \\ y = xA(x) &= C_1 x \ln x + C_2 x \blacksquare \end{aligned}$$

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] Obtenha um vetor tangente à superfície  $z = \text{sen}(xy)$  no ponto  $(\sqrt{\pi/2}, \sqrt{\pi/2}, 1)$  e contido no plano vertical  $x = y$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Faça

$$F(x, y, z) = z - \text{sen}(xy) = 0;$$

um vetor normal a  $F$  e apontando no sentido positivo dos  $z$ 's é dado pelo gradiente

$$\nabla F = \left( \frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial F}{\partial y}, \frac{\partial F}{\partial z} \right) = (-y \cos(xy), -x \cos(xy), 1).$$

Seja agora  $\mathbf{t} = (t_x, t_y, t_z)$  o vetor tangente a  $F$ : como ele deve estar contido no plano vertical  $x = y$ , segue-se que  $t_x = t_y$ ; além disto, ele é perpendicular ao vetor normal; conseqüentemente:

$$\begin{aligned} \mathbf{t} \cdot \nabla F &= 0, \\ (t_x, t_x, t_z) \cdot (-\sqrt{\pi/2} \cos(\pi/2), -\sqrt{\pi/2} \cos(\pi/2), 1) &= 0, \\ (t_x, t_x, t_z) \cdot (0, 0, 1) &= 0 \Rightarrow t_z = 0. \end{aligned}$$

Portanto,  $t_z = 0$ , e *qualquer* valor de  $t_x$  atende às condições do problema. O vetor desejado é qualquer vetor do tipo  $(t_x, t_x, 0)$ , onde  $t_x$  é um número real.

Continue a solução no verso  $\implies$

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [3,0] Considere o seguinte teorema:

Para que  $f(z) = u(x, y) + i v(x, y)$  (onde  $z = x + i y$ ) seja diferenciável em  $z = z_0$ :

- i) é necessário que as condições de Cauchy-Riemann sejam satisfeitas em  $z_0$ ;
- ii) é suficiente que  $u$  e  $v$  possuam derivadas parciais contínuas em uma vizinhança de  $z_0$ .

Discuta a diferenciabilidade e analiticidade de  $f(z) = z^* z = |z|^2$  em  $z = 0 + i 0$  ( $z^*$  é o conjugado complexo de  $z$ ).

**SOLUÇÃO DA QUESTÃO:**

Houve um erro de tipografia na prova, e a palavra analítica foi impressa no lugar de diferenciável. Com isto, o teorema estava errado, e todos os alunos que fizeram a questão ganharam seus 3 pontos. Eis a solução:

$$f(z) = (x + i y)(x - i y) = x^2 + y^2 \Rightarrow$$

$$u = x^2 + y^2 \tag{1}$$

$$v = 0 \tag{2}$$

As derivadas de  $u$  e  $v$  são

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= 2x & \frac{\partial v}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= 2y & \frac{\partial v}{\partial y} &= 0. \end{aligned}$$

As derivadas parciais são funções contínuas e deriváveis em todos os pontos  $(x, y)$ . Observe que as condições de Cauchy-Riemann,

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \tag{3}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \tag{4}$$

só valem em  $z = 0$ . Portanto, o único ponto onde  $f(z)$  é diferenciável é  $z = 0$ : como não há nenhuma vizinhança de  $z = 0$  onde  $f(z)$  seja diferenciável,  $f(z)$  não é analítica em nenhum ponto do plano complexo ■

Continue a solução no verso  $\Rightarrow$

**2** [3,0] Obtenha a série de Laurent de

$$f(z) = \frac{1}{z+i}$$

em torno de  $z = 0$  quando  $|z| > 1$ . **Sugestão:** lembre-se de que

$$\frac{1}{1+t} = 1 - t + t^2 - t^3 + t^4 - \dots$$

para  $|t| < 1$ .

---

**SOLUÇÃO DA QUESTÃO:**

Este é nada mais nada menos do que o **EXEMPLO 1** do livro-texto, p. 1228! Eis a solução, copiada do livro-texto:

$$\begin{aligned} \frac{1}{z+i} &= \frac{1}{z} \frac{1}{1+\frac{i}{z}} \\ &= \frac{1}{z} \left[ 1 - \frac{i}{z} + \left(\frac{i}{z}\right)^2 - \dots \right] \\ &= \frac{1}{z} - \frac{i}{z^2} - \frac{1}{z^3} + \dots \blacksquare \end{aligned}$$

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [4,0] Mostre que, para  $|a| < 1$ ,

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \left| \int_{y=0}^{\pi} \frac{e^{a(R+iy)}}{\cosh(R+iy)} dy \right| = 0.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \left| \int_{y=0}^{\pi} \frac{e^{a(R+iy)}}{\cosh(R+iy)} dy \right| \leq \lim_{R \rightarrow \infty} \int_{y=0}^{\pi} \left| \frac{e^{a(R+iy)}}{\cosh(R+iy)} \right| dy = \int_{y=0}^{\pi} \lim_{R \rightarrow \infty} \left| \frac{e^{a(R+iy)}}{\cosh(R+iy)} \right| dy;$$

portanto, devemos mostrar que o limite dentro do integrando é nulo. Agora:

$$\begin{aligned} \lim_{R \rightarrow \infty} \left| \frac{e^{a(R+iy)}}{\cosh(R+iy)} \right| &= \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{|e^{iay}|e^{aR}}{|\cosh(R+iy)|} \\ &= \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{e^{aR}}{\left| \frac{1}{2} [e^{(R+iy)} + e^{-(R+iy)}] \right|} \\ &= \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{2e^{aR}}{|[e^R e^{iy} + e^{-R} e^{-iy}]|} \\ &= \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{2e^{aR}}{e^R |e^{iy}|} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{2e^{aR}}{e^R} \\ &= \lim_{R \rightarrow \infty} 2e^{(a-1)R} = 0 \blacksquare \end{aligned}$$

Continue a solução no verso  $\implies$

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS.** Resolva as questões de forma *LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados.* Boa prova.

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [10,0] Usando o método de Frobenius, encontre a solução geral de

$$xy'' + y = 0$$

na forma

$$y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x),$$

onde  $y_1(x)$  e  $y_2(x)$  são duas soluções L.I.

**SOLUÇÃO DA QUESTÃO:**

O ponto  $x = 0$  é um ponto singular; a forma canônica é

$$y'' + \frac{1}{x}y = 0$$

e portanto  $p(x) = 0$ ,  $q(x) = 1/x$ ; então,  $xp(x) = 0$  e  $x^2q(x) = x$  são analíticas em  $x = 0$ , e o ponto é *regular*. O método de Frobenius se aplica. Como de costume,

$$\begin{aligned} y(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+r}, \\ y'(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} (n+r) a_n x^{n+r-1}, \\ y''(x) &= \sum_{n=0}^{\infty} (n+r-1)(n+r) a_n x^{n+r-2}, \\ xy'' &= \sum_{n=0}^{\infty} (n+r-1)(n+r) a_n x^{n+r-1}. \end{aligned}$$

Faça (por exemplo)

$$n = m - 1 \Rightarrow m = n + 1$$

no primeiro somatório acima:

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{n+r} = \sum_{m=1}^{\infty} a_{m-1} x^{m+r-1} = \sum_{n=1}^{\infty} a_{n-1} x^{n+r-1}.$$

Substituindo os somatórios na equação diferencial

$$(r-1)ra_0x^{r-1} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_{n-1} + (n+r-1)(n+r)a_n]x^{n+r-1} = 0.$$

As duas raízes diferem de um número inteiro. A menor raiz deve conduzir a ambas as soluções LI, ou a nenhuma. Começamos, portanto, discutindo  $r = 0$ . A fórmula de recursão é, neste caso,

$$a_{n-1} + (n-1)na_n = 0 \Rightarrow a_n = -\frac{a_{n-1}}{(n-1)n}.$$

Partindo de  $a_0$  arbitrário, é impossível calcular  $a_1$  acima, pois a fórmula produz uma divisão por zero. A menor raiz, neste caso, não conduz a *nenhuma* solução. Vamos procurar portanto pelo menos uma solução com a maior raiz,  $r = 1$ . A fórmula de recursão neste caso é

$$a_{n-1} + n(n+1)a_n = 0 \Rightarrow a_n = -\frac{a_{n-1}}{n(n+1)}.$$

Partindo de  $a_0 = 1$ , encontra-se a fórmula geral

$$a_n = \frac{(-1)^n}{(n+1)(n!)^2}$$

donde obtém-se a primeira solução LI:

$$y_1(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)(n!)^2} x^{n+1}.$$

Agora, procuramos a segunda solução na forma

$$y_2(x) = \kappa y_1(x) \ln x + \sum_{n=0}^{\infty} d_n x^{n+r_2}$$

onde a menor raiz no nosso caso é  $r_2 = 0$ . Derivando:

$$y_2' = \kappa \frac{y_1}{x} + \kappa y_1' \ln x + \sum_{n=0}^{\infty} n d_n x^{n-1}$$

$$y_2'' = -\kappa \frac{y_1}{x^2} + \kappa \frac{y_1'}{x} + \kappa \frac{y_1''}{x} + \kappa y_1'' \ln x + \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) d_n x^{n-2}.$$

Substituindo na equação diferencial,

$$-\kappa \frac{y_1}{x} + \kappa 2y_1' + \kappa x y_1'' \ln x + \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) d_n x^{n-1} + \kappa y_1(x) \ln x + \sum_{n=0}^{\infty} d_n x^n = 0$$

$$-\kappa y_1 + \kappa 2x y_1' + \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) d_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} d_n x^{n+1} = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) d_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} d_n x^{n+1} = \kappa [y_1 - 2x y_1']$$

Vamos devagar. O lado direito é conhecido. Usando um índice  $m$  para não causar confusão com o lado direito:

$$\begin{aligned}
 y_1 &= \sum_{m=0}^{\infty} a_m x^{m+1}, \\
 y_1' &= \sum_{m=0}^{\infty} (m+1) a_m x^m, \\
 -2xy_1' &= \sum_{m=0}^{\infty} -2(m+1) x^{m+1} \Rightarrow \\
 \kappa[y_1 - 2xy_1'] &= \kappa \sum_{m=0}^{\infty} [1 - 2(m+1)] a_m x^{m+1} \\
 &= \kappa \sum_{p=1}^{\infty} [1 - 2p] a_{p-1} x^p.
 \end{aligned}$$

O lado esquerdo é

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1) d_n x^n + \sum_{n=0}^{\infty} d_n x^{n+1} &= \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1) d_n x^n + \sum_{n=1}^{\infty} d_{n-1} x^n \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} [n(n-1) d_n + d_{n-1}] x^n.
 \end{aligned}$$

Ambos os somatórios agora começam em 1 e possuem expoentes nas mesmas potências:

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^{\infty} [n(n-1) d_n + d_{n-1}] x^n &= \kappa \sum_{n=1}^{\infty} [1 - 2n] a_{n-1} x^n, \\
 n(n-1) d_n + d_{n-1} &= \kappa(1 - 2n) a_{n-1}, \\
 d_n &= \kappa \frac{1 - 2n}{n(n-1)} a_{n-1} - \frac{1}{n(n-1)} d_{n-1}.
 \end{aligned}$$

Aparentemente, a relação de recorrência *falha* quando  $n = 1$ ! Existe esperança, entretanto, se a substituição da fórmula geral de  $a_{n-1}$  eliminar a singularidade. Tentemos:

$$\frac{1 - 2n}{n(n-1)} a_{n-1} = \frac{1 - 2n}{n(n-1)} \frac{(-1)^{n-1}}{n[(n-1)!]^2}$$

e a singularidade permanece. . . Se nós por outro lado *forçarmos*  $d_1 = 0$  em

$$n(n-1) d_n + d_{n-1} = \kappa(1 - 2n) a_{n-1},$$

obteremos

$$\begin{aligned}
 d_0 &= -\kappa, \\
 d_2 &= \frac{3}{4} \kappa, \\
 d_3 &= -\frac{7}{36} \kappa, \\
 d_4 &= \frac{35}{1728} \kappa, \dots
 \end{aligned}$$

de modo que

$$y_2(x) = \kappa y_1(x) \ln x + \sum_{n=0}^{\infty} d_n x^n = \kappa y_1(x) \ln x + \kappa \left[ -1 + \frac{3}{4} x^2 - \frac{7}{36} x^3 + \frac{35}{1728} x^4 - \dots \right]$$

Finalmente, note que  $\kappa$  multiplica todos os termos da equação acima, de forma que sem perda de generalidade podemos escrever a 2ª solução LI como

$$y_2(x) = y_1(x) \ln x + \left[ -1 + \frac{3}{4} x^2 - \frac{7}{36} x^3 + \frac{35}{1728} x^4 - \dots \right] \blacksquare$$

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS.** Resolva as questões de forma *LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados.* Boa prova.

**Não se esqueça da notação de vetores:**

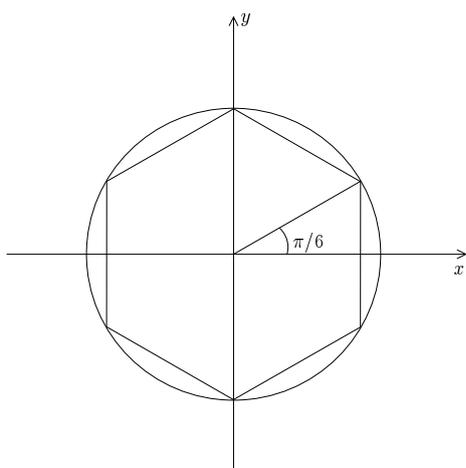
1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [3,0] Decomponha a função racional abaixo em frações parciais *com coeficientes reais*:

$$\frac{1}{1+x^6}.$$

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:



As raízes de  $x^6 + 1 = 0$  são

$$\begin{aligned} (e^{i\theta})^6 &= -1 = e^{i\pi} \\ e^{6i\theta} &= e^{i(2k+1)\pi}, \\ \theta &= \frac{2k+1}{6}\pi, \quad k = 0, 1, \dots, 5. \end{aligned}$$

Portanto,

Da figura, os pares de raízes complexas são

$$\begin{aligned} &\frac{\sqrt{3}}{2} \pm \frac{i}{2}, \\ &\pm i, \\ &-\frac{\sqrt{3}}{2} \pm \frac{i}{2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^6 + 1 &= \left[ \left( x - \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right) \right) \left( x - \left( \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right) \right) \right] \left[ (x-i)(x+i) \right] \left[ \left( x - \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \right) \right) \left( x - \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \right) \right) \right] \\ &= [x^2 - \sqrt{3}x + 1] [x^2 + 1] [x^2 + \sqrt{3}x + 1]. \end{aligned}$$

Portanto,

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^6 + 1} &= \frac{Ax + B}{x^2 - \sqrt{3}x + 1} + \frac{Cx + D}{x^2 + 1} + \frac{Ex + F}{x^2 + \sqrt{3}x + 1} \\ 1 &= (Ax + B)(x^2 + 1)(x^2 + \sqrt{3}x + 1) \\ &\quad + (Cx + D)(x^2 - \sqrt{3}x + 1)(x^2 + \sqrt{3}x + 1) \\ &\quad + (Ex + F)(x^2 - \sqrt{3}x + 1)(x^2 + 1) \\ &= (E + C + A)x^5 + (F - \sqrt{3}E + D + B + \sqrt{3}A)x^4 + (-\sqrt{3}F + 2E - C + \sqrt{3}B + 2A)x^3 \\ &\quad + (2F - \sqrt{3}E - D + 2B + \sqrt{3}A)x^2 + (-\sqrt{3}F + E + C + \sqrt{3}B + A)x + (F + D + B) \end{aligned}$$

Continue a solução no verso  $\implies$

Obtém-se o sistema de equações

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & \sqrt{3} & 1 & 0 & 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 2 & 0 & -1 & -\sqrt{3} & 2 \\ 2 & \sqrt{3} & -1 & 0 & 2 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 & 0 & 1 & -\sqrt{3} & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Continue a solução no verso  $\implies$

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE TRANSFORMADA DE LAPLACE, resolva a equação diferencial

$$\frac{dx}{dt} + \frac{x}{T} = \frac{x_0 t}{T^2}, \quad x(0) = x_0.$$

Fórmulas (que talvez sejam ...) úteis:

$$\mathcal{L}\{x'(t)\} = s\mathcal{L}\{x\} - x(0)$$

$$\mathcal{L}\{x''(t)\} = s^2\mathcal{L}\{x\} - sx(0) - x'(0)$$

$$\Gamma(x) \equiv \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt$$

$$\Gamma(x) = (x-1)!$$

$$\mathcal{L}\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{(s-a)^b}\right\} = \frac{t^{b-1} e^{at}}{\Gamma(b)} \quad (b > 0)$$

$$\mathcal{L}\{t\} = \frac{1}{s^2}$$

$$\mathcal{L}\{(f * g)(t)\} = \bar{f}(s)\bar{g}(s)$$

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + \frac{x}{T} &= \frac{x_0 t}{T^2} \\ \bar{x} - x_0 + \frac{\bar{x}}{T} &= \frac{x_0}{(sT)^2} \\ \bar{x} \left( \frac{sT+1}{T} \right) &= x_0 \left[ \frac{(sT)^2 + 1}{(sT)^2} \right] \\ \bar{x} &= x_0 \frac{1 + (sT)^2}{T s^2 (sT+1)} = x_0 \left[ \frac{2T}{sT+1} + \frac{1}{T s^2} - \frac{1}{s} \right] \\ &= x_0 \left[ \frac{2}{s + \frac{1}{T}} + \frac{1}{T s^2} - \frac{1}{s} \right] \Rightarrow \\ x(t) &= x_0 \left[ 2e^{-\frac{t}{T}} + \frac{t}{T} - 1 \right] \blacksquare \end{aligned}$$

Continue a solução no verso  $\Rightarrow$

**3** [2,0] Resolva da maneira mais simples e óbvia possível:

$$\frac{dx}{dt} + tx = 0, \quad x(0) = 1.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

4 [2,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE UMA SOLUÇÃO POR SÉRIE DE POTÊNCIAS *AB INITIO* (que significa *desde o início*),

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n,$$

resolva

$$\frac{dx}{dt} + tx = 0, \quad x(0) = 1.$$

É PROIBIDO CALCULAR SIMPLEMENTE A SÉRIE DE TAYLOR DA SOLUÇÃO DA QUESTÃO 3.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^n$$

$$x'(t) = \sum_{n=0}^{\infty} n a_n t^{n-1}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n a_n t^{n-1} + \sum_{n=0}^{\infty} a_n t^{n+1} = 0$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n a_n t^{n-1} + \sum_{m=2}^{\infty} a_{m-2} t^{m-1} = 0$$

$$a_1 + \sum_{n=2}^{\infty} [a_{n-2} + n a_n] t^{n-1} = 0$$

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = 0$$

$$a_n = \frac{a_{n-2}}{n} \Rightarrow$$

$$a_1 = a_3 = a_5 = \dots = 0,$$

$$a_{2k} = \frac{1}{2k!} \Rightarrow$$

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^{2k}}{2k!} \blacksquare$$

Continue a solução no verso  $\Rightarrow$

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [10,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE TRANSFORMADAS DE LAPLACE, e sabendo que

$$\mathcal{L}\{H(t-b)\} = \frac{e^{-bs}}{s},$$

RESOLVA

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial x} = -Kc,$$

sujeita às condições iniciais e de contorno:

$$\begin{aligned}c(x, 0) &= 0, \\c(0, t) &= c_0\end{aligned}$$

**SOLUÇÃO DA QUESTÃO:**

A transformada de Laplace da equação diferencial é

$$\begin{aligned}s\bar{c} + U \frac{d\bar{c}}{dx} + K\bar{c} &= 0, \\ \frac{d\bar{c}}{dx} + \frac{s+K}{U}\bar{c} &= 0.\end{aligned}$$

A condição inicial desta equação é obtida por meio de

$$\bar{c}(0, s) = \int_{t=0}^{\infty} c(0, t) e^{-st} dt = \frac{c_0}{s}.$$

A solução da equação diferencial é

$$\bar{c}(x, s) = c_0 \frac{\exp(-x(K+s)/U)}{s} = c_0 \exp(-Kx/U) \frac{\exp(-xs/U)}{s}$$

e portanto é imediato que

$$c(x, t) = c_0 \exp(-Kx/U) H\left(t - \frac{x}{U}\right) \blacksquare$$

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [5,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE TRANSFORMADAS DE LAPLACE, RESOLVA

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} - 3x + 4y &= 4e^{-t} - 2e^t, \\ \frac{dy}{dt} + 4x + y &= 4e^t,\end{aligned}$$

sujeitas às condições iniciais  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = 1$ .

**SOLUÇÃO DA QUESTÃO:**

Calculo as transformadas de laplace de ambas as equações:

$$\begin{aligned}s\bar{x} - 1 - 3\bar{x} + 4\bar{y} &= \frac{4}{s+1} - \frac{2}{s-1}, \\ s\bar{y} - 1 + 4\bar{x} + \bar{y} &= \frac{4}{s-1}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} (s-3) & 4 \\ 4 & (s+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{4}{s+1} - \frac{2}{s-1} + 1 \\ \frac{4}{s-1} + 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} (s-3) & 4 \\ 4 & (s+1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{s^2 + 2s - 7}{(s-1)(s+1)} \\ \frac{s+3}{s-1} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Para eliminar  $\bar{y}$ , multiplico a 1ª equação por  $(s+1)$ , a 2ª por  $-4$ , e somo:

$$\begin{aligned}[(s-3)(s+1) - 16]\bar{x} &= \frac{s^2 + 2s - 7}{s-1} - 4\frac{s+3}{s-1}, \\ [s^2 - 2s - 19]\bar{x} &= \frac{s^2 - 2s - 19}{s-1}, \\ \bar{x} &= \frac{1}{s-1}.\end{aligned}$$

Continue a solução no verso  $\implies$

Substituo agora este resultado na segunda equação do sistema:

$$\begin{aligned}\frac{4}{s-1} + (s+1)\bar{y} &= \frac{s+3}{s-1}, \\ (s+1)\bar{y} &= \frac{s-1}{s-1}, \\ \bar{y} &= \frac{1}{s+1}.\end{aligned}$$

Portanto, a solução final é

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{+t} \\ e^{-t} \end{bmatrix} \blacksquare$$

Continue a solução no verso  $\implies$

**2** [5,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE AUTOVALORES E AUTOVETORES, encontre a solução geral de

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Os autovalores e autovetores respectivos da matriz do sistema são

$$\lambda_1 = -3, \quad \mathbf{e}'_1 = (1, -1); \quad \lambda_2 = +5, \quad \mathbf{e}'_2 = (1, 1).$$

Portanto, na base dos autovetores,

$$\begin{aligned} u'_1 &= K_1 e^{-3t}, \\ u'_2 &= K_2 e^{5t}. \end{aligned}$$

A solução geral será

$$\begin{aligned} (u_1, u_2) &= u'_1 \mathbf{e}'_1 + u'_2 \mathbf{e}'_2 \\ &= K_1 e^{-3t} (1, -1) + K_2 e^{5t} (1, 1) \\ &= (K_1 e^{-3t} + K_2 e^{5t}, -K_1 e^{-3t} + K_2 e^{5t}) \blacksquare \end{aligned}$$

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

NOME: Guilherme Augusto Stefanelo Franz

Assinatura: \_\_\_\_\_

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

NOME: Juliana Ribeiro de Almeida

Assinatura: \_\_\_\_\_

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

NOME: Patrick Andrey Wietholter

Assinatura: \_\_\_\_\_

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

NOME: Paulo Marcelo de Campos

Assinatura: \_\_\_\_\_

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

NOME: Thais do Nascimento Ferreira

Assinatura: \_\_\_\_\_

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$

---

**ATENÇÃO:** Leia atentamente *todas* as questões, e **LEMBRE-SE: COMECE PELAS MAIS FÁCEIS PARA VOCÊ. PROCURE RESOLVER O MAIOR NÚMERO DE ITENS POSSÍVEL, PARA MAXIMIZAR SUA NOTA. MANTENHA-SE CALMA(O), E PENSE UM POUCO EM QUAL SERÁ A SUA ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS. Resolva as questões de forma LIMPA E ORGANIZADA, nos espaços designados. Boa prova.**

---

**Não se esqueça da notação de vetores:**

1. com uma seta sobre a letra:  $\vec{v}$  ou  $\vec{a}$  (esta é a forma mais comum entre os físicos) ou
2. com um til *sob* a letra:  $\hat{i}$ , ou  $\hat{a}$  (esta é a forma mais popular entre os engenheiros, e é a minha preferida),

**e garanta seus pontos nas questões †**

**1** [4,0] Calcule a área da superfície do parabolóide de revolução

$$z = h(1 - x^2 - y^2),$$

entre  $z = 0$  e  $z = h$ . **Sugestão:** para resolver a integral dupla resultante, é útil mudar de coordenadas cartesianas para coordenadas polares.

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

**2** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE INTEGRAÇÃO DE CONTORNO E O TEOREMA DOS RESÍDUOS, CALCULE

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^6} dx.$$

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

**3** [3,0] USANDO OBRIGATORIAMENTE O MÉTODO DE FROBENIUS, OBTENHA A SOLUÇÃO GERAL DE

$$y'' + xy = 0$$

em torno de  $x = 0$ .

---

SOLUÇÃO DA QUESTÃO:

Continue a solução no verso  $\implies$

---

PARA RASCUNHO SOMENTE: TUDO O QUE VOCÊ ESCREVER AQUI SERÁ **DESCONSIDERADO**.  
NÃO ARRANQUE ESTA FOLHA.

Continue a solução no verso  $\implies$